ALLMATH

LICEUM — PODSTAWA | KLASA I

# Dowody – podzielność i liczby całkowite

Proste dowody algebraiczne o podzielności i parzystości.

Dział: **Liczby rzeczywiste** Liczba zadań: **10** Wygenerowano: **14 września 2026** allmath.pl

**PRZYPOMNIENIE**

Liczbę parzystą zapisujemy jako $2k$, nieparzystą jako $2k+1$, liczby kolejne jako $n, n+1, n+2$. Dowód polega na przekształceniu wyrażenia do postaci $m \cdot (\text{liczba całkowita})$.

## 1 Uzasadnij podzielność (zapisz szkic dowodu)

**a)** Wykaż, że suma trzech kolejnych liczb całkowitych jest podzielna przez 3.

**b)** Wykaż, że iloczyn dwóch kolejnych liczb naturalnych jest parzysty.

**c)** Wykaż, że suma dwóch kolejnych liczb nieparzystych jest podzielna przez 4.

**d)** Wykaż, że różnica kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych jest liczbą nieparzystą.

**e)** Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej $n$ liczba $n^3 - n$ jest podzielna przez 6.

**f)** Wykaż, że kwadrat liczby nieparzystej daje resztę 1 z dzielenia przez 8.

## 2 Sprawdź na przykładach, a następnie uzasadnij ogólnie

**a)** Wykaż, że liczba $3n + 33$ jest podzielna przez 3 dla każdej liczby całkowitej $n$.

**b)** Wykaż, że liczba $4n + 20$ jest podzielna przez 4 dla każdej liczby całkowitej $n$.

**c)** Wykaż, że liczba $4n + 28$ jest podzielna przez 4 dla każdej liczby całkowitej $n$.

**d)** Wykaż, że liczba $2n + 22$ jest podzielna przez 2 dla każdej liczby całkowitej $n$.

# Odpowiedzi — Dowody – podzielność i liczby całkowite

### Zadanie 1. Uzasadnij podzielność (zapisz szkic dowodu)

**a)** $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1)$

**b)** jedna z liczb $n$, $n+1$ jest parzysta, więc iloczyn też

**c)** $(2k+1) + (2k+3) = 4k + 4 = 4(k+1)$

**d)** $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$

**e)** $n^3 - n = (n-1)n(n+1)$ — iloczyn trzech kolejnych liczb dzieli się przez 2 i 3

**f)** $(2k+1)^2 = 4k(k+1) + 1$, a $k(k+1)$ jest parzyste

### Zadanie 2. Sprawdź na przykładach, a następnie uzasadnij ogólnie

**a)** $3n + 33 = 3(n+11)$

**b)** $4n + 20 = 4(n+5)$

**c)** $4n + 28 = 4(n+7)$

**d)** $2n + 22 = 2(n+11)$