ALLMATH

LICEUM — PODSTAWA | KLASA II

Optymalizacja funkcji kwadratowej

Największa i najmniejsza wartość funkcji kwadratowej.

Dział: **Funkcje** Liczba zadań: **14** Wygenerowano: **14 września 2026** allmath.pl

PRZYPOMNIENIE

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ przyjmuje wartość ekstremalną w wierzchołku $p = -\frac{b}{2a}$: dla $a < 0$ jest to wartość największa, dla $a > 0$ – najmniejsza. W zadaniach optymalizacyjnych zapisujemy wielkość jako funkcję kwadratową jednej zmiennej.

1 Wyznacz wartość największą lub najmniejszą funkcji

a) $f(x) = x^2 - 8x + 16$

b) $f(x) = -x^2 - 10x - 23$

c) $f(x) = 2x^2 - 16x + 36$

d) $f(x) = -x^2 - 6x - 7$

e) $f(x) = -2x^2 - 4x - 8$

f) $f(x) = x^2 - 4x + 10$

g) $f(x) = -2x^2 + 16x - 37$

h) $f(x) = -2x^2 + 20x - 58$

i) $f(x) = -x^2 - 8x - 10$

2 Zadania optymalizacyjne

a) Suma dwóch liczb wynosi 42. Jakie to liczby, jeśli ich iloczyn ma być największy? Podaj ten iloczyn.

b) Z 48 m siatki ogradzamy prostokątny wybieg. Jakie wymiary dają największe pole? Oblicz to pole.

c) Prostokątną działkę przy rzece ogradzamy z trzech stron (bok przy rzece bez ogrodzenia), mając 76 m siatki. Jakie wymiary dają największe pole?

d) Wysokość piłki rzuconej pionowo opisuje $h(t) = -5t^2 + 30t$. Po jakim czasie piłka jest najwyżej i na jakiej wysokości?

e) Przy cenie 36 zł sprzedaje się 117 sztuk. Każda obniżka o 1 zł zwiększa sprzedaż o 6 sztuk. Zapisz przychód jako funkcję obniżki x i wyznacz obniżkę dającą największy przychód.

Odpowiedzi — Optymalizacja funkcji kwadratowej

Zadanie 1. Wyznacz wartość największą lub najmniejszą funkcji

a) min = 0 dla x = 4

b) max = 2 dla x = -5

c) min = 4 dla x = 4

d) max = 2 dla x = -3

e) max = -6 dla x = -1

f) min = 6 dla x = 2

g) max = -5 dla x = 4

h) max = -8 dla x = 5

i) max = 6 dla x = -4

Zadanie 2. Zadania optymalizacyjne

a) 21 i 21; 441

b) 12 × 12 m; 144 m^2

c) 19 m × 38 m; pole 722 m^2

d) t = 3 s, h = 45 m

e) $P(x) = (36 - x)(117 + 6x),\ x = 8.25$