ALLMATH

LICEUM — ROZSZERZENIE KLASA III

Logarytmy — poziom rozszerzony

Zaawansowane równania i nierówności logarytmiczne.

Dział: **Funkcje** Liczba zadań: **24** Wygenerowano: **14 września 2026** allmath.pl

PRZYPOMNIENIE

Równania z niewiadomą w wykładniku rozwiązujemy, logarytmując obie strony lub podstawiając $t = a^x$. Równanie $\log_x a = b$ wymaga $x > 0$, $x \neq 1$. Nierówności logarytmiczne: najpierw dziedzina, potem porównanie argumentów z uwzględnieniem podstawy.

1 Rozwiąż równanie wykładnicze (podstawienie)

a) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

b) $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

c) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

d) $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

e) $3^{x+1} + 3^x = 36$

f) $2^x + 2^{x+2} = 40$

2 Rozwiąż równanie logarytmiczne

a) $\log_x 27 = 3$

b) $\log_x \frac{1}{4} = -2$

c) $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$

d) $\log_3(x^2 - 8) = \log_3(2x)$

e) $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$

f) $\log_5(2x+1) = 1 + \log_5(x-1)$

3 Rozwiąż nierówność

a) $\log_2(x-1) < 3$

b) $\log_{\frac{1}{3}}(x+2) \geq -2$

c) $\log_3 x + \log_3(x-2) \leq 1$

d) $2^{x^2-3x} < \frac{1}{4}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 4$

f) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) > 0$

4 Oblicz, korzystając z własności

a) $\log_2 \sqrt[4]{2}$

b) $3^{\log_3 5}$

c) $3^{\log_3 4}$

d) $\log_5 \sqrt[5]{5}$

e) $5^{\log_5 3}$

f) $\log_5 \sqrt[4]{5}$

Odpowiedzi — Logarytmy — poziom rozszerzony

Zadanie 1. Rozwiąż równanie wykładnicze (podstawienie)

a) x = 0 lub x = 2

b) x = 0 lub x = 1

c) x = 1 lub x = 2

d) x = 0 lub x = 1

e) x = 2

f) x = 3

Zadanie 2. Rozwiąż równanie logarytmiczne

a) x = 3

b) x = 2

c) x = 2 lub x = 4

d) x = 4

e) x = 3

f) x = 2

Zadanie 3. Rozwiąż nierówność

a) $x \in (1, 9)$

b) $x \in (-2, 7\rangle$

c) $x \in (2, 3\rangle$

d) $x \in (1, 2)$

e) $x < -1$

f) $x \in \left(\frac{3}{2}, 2\right)$

Zadanie 4. Oblicz, korzystając z własności

a) $\frac{1}{4}$

b) 5

c) 4

d) $\frac{1}{5}$

e) 3

f) $\frac{1}{4}$