ALLMATH

LICEUM — ROZSZERZENIE KLASA III

Monotoniczność z pochodnej

Przedziały monotoniczności i ekstrema.

Dział: **Analiza matematyczna** Liczba zadań: **16** Wygenerowano: **14 września 2026** allmath.pl

PRZYPOMNIENIE

Funkcja jest rosnąca tam, gdzie $f'(x) > 0$, malejąca, gdzie $f'(x) < 0$. Ekstremum lokalne w x_0: $f'(x_0) = 0$ i pochodna zmienia znak. Dla funkcji wymiernej pamiętaj o dziedzinie – przedziały monotoniczności nie obejmują punktów nieciągłości.

1 Wyznacz przedziały monotoniczności wielomianu

a) $f(x) = 2x^3 + 6x^2$

b) $f(x) = 2x^3 - 18x^2 + 48x - 5$

c) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 4$

d) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 3$

e) $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 2$

f) $f(x) = 2x^3 - 24x + 2$

2 Pochodna funkcji wymiernej i monotoniczność

a) $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

c) $f(x) = x + \frac{4}{x}$

d) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

3 Wyznacz ekstrema lokalne

a) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 10$

b) $f(x) = 2x^3 - 6x - 12$

c) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 12$

d) $f(x) = 2x^3 - 18x^2 + 48x + 6$

e) $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 6$

f) $f(x) = x^2 - 6$

Odpowiedzi — Monotoniczność z pochodnej

Zadanie 1. Wyznacz przedziały monotoniczności wielomianu

a) rośnie w $(-\infty,-2\rangle$ i $\langle 0,\infty)$, maleje w $\langle -2,0\rangle$ **b)** rośnie w $(-\infty,2\rangle$ i $\langle 4,\infty)$, maleje w $\langle 2,4\rangle$ **c)** rośnie w $(-\infty,0\rangle$ i $\langle 3,\infty)$, maleje w $\langle 0,3\rangle$

d) rośnie w $(-\infty,0\rangle$ i $\langle 2,\infty)$, maleje w $\langle 0,2\rangle$ **e)** rośnie w $(-\infty,1\rangle$ i $\langle 4,\infty)$, maleje w $\langle 1,4\rangle$ **f)** rośnie w $(-\infty,-2\rangle$ i $\langle 2,\infty)$, maleje w $\langle -2,2\rangle$

Zadanie 2. Pochodna funkcji wymiernej i monotoniczność

a) $f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$; rośnie w $(-\infty,-1\rangle, \langle 1,\infty)$; maleje w $\langle -1,0), (0,1\rangle$

b) $f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$; rośnie w $\langle -1,1\rangle$

c) $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$; $\min = 4$ w $x = 2$, $\max = -4$ w $x = -2$

d) $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$; $\max = 0$ w $x = 0$, $\min = 4$ w $x = 2$

Zadanie 3. Wyznacz ekstrema lokalne

a) max = 10 w x = 0, min = 2 w x = 2

b) max = -8 w x = -1, min = -16 w x = 1

c) max = 12 w x = 0, min = 4 w x = 2

d) max = 46 w x = 2, min = 38 w x = 4

e) max = 14 w x = 1, min = 6 w x = 3

f) min = -6 w x = 0