Optymalizacja z pochodną

Zadania optymalizacyjne rozwiązywane pochodną.

Dział: **Analiza matematyczna** Liczba zadań: **8** Wygenerowano: **14 września 2026** allmath.pl

PRZYPOMNIENIE

Zadanie optymalizacyjne: 1) wprowadź zmienną i zapisz badaną wielkość jako funkcję tej zmiennej, 2) ustal dziedzinę, 3) oblicz pochodną i znajdź jej miejsca zerowe, 4) zbadaj znak pochodnej, 5) podaj wartość ekstremalną.

1 Rozwiąż

a) Z kwadratowego arkusza blachy o boku 12 wycinamy w rogach kwadraty o boku x i zaginamy brzegi, tworząc pudełko. Dla jakiego x objętość pudełka jest największa?

b) Liczbę 12 rozłóż na dwa dodatnie składniki tak, aby iloczyn jednego z nich i kwadratu drugiego był największy.

c) Jakie wymiary ma prostokąt o obwodzie 40 i największym polu? Uzasadnij pochodną.

d) W półkole o promieniu 4 wpisano prostokąt (jeden bok na średnicy). Wyznacz wymiary prostokąta o największym polu.

e) Puszka w kształcie walca ma mieć objętość 16π. Dla jakiego promienia pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze?

f) Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x) = x + \frac{9}{x}$ dla $x > 0$.

g) Punkt P leży na paraboli $y = x^2$. Dla jakiego P odległość od punktu $(0, 3)$ jest najmniejsza?

h) Trójkąt prostokątny ma przeciwprostokątną długości 10. Dla jakich przyprostokątnych jego pole jest największe?

Odpowiedzi — Optymalizacja z pochodną

Zadanie 1. Rozwiąż

a) x = 2, V = 128

b) 4 i 8 ($4 \cdot 8^2 = 256$)

c) 10 × 10

d) $4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2},\ P = 16$

e) r = 2, H = 4

f) 6 (dla x = 3)

g) $P = \left(\pm\sqrt{\frac{5}{2}}, \frac{5}{2}\right),\ d = \frac{\sqrt{11}}{2}$

h) $5\sqrt{2}$ i $5\sqrt{2},\ P = 25$