ALLMATH

LICEUM — ROZSZERZENIE | KLASA III

# Pochodna funkcji

Reguły różniczkowania, styczna do wykresu, ekstrema lokalne.

Dział: **Funkcje** Liczba zadań: **103** Wygenerowano: **14 września 2026** allmath.pl

**PRZYPOMNIENIE**

$(x^n)' = nx^{n-1}$, $(c \cdot f)' = cf'$, $(f+g)' = f' + g'$, $(fg)' = f'g + fg'$, $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$. Styczna w punkcie $x_0$: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$. Ekstremum: $f'(x_0) = 0$ i zmiana znaku pochodnej.

## 1 Oblicz pochodną funkcji

**a)** $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x + 6$

**b)** $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4x + 5$

**c)** $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 4$

**d)** $f(x) = 3x^3 + x^2 + 3$

**e)** $f(x) = 4x^3 + x^2 - 2x + 8$

**f)** $f(x) = 3x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

**g)** $f(x) = 2x^3 + 4x - 3$

**h)** $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x - 4$

**i)** $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 5x + 2$

**j)** $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 6x + 8$

**k)** $f(x) = 2x^3 + 3x - 9$

**l)** $f(x) = x^3 - 5x^2 - 5x - 9$

**m)** $f(x) = x^3 + 2x^2 + x - 3$

**n)** $f(x) = 2x^3 - x^2 + x + 6$

**o)** $f(x) = x^3 - x^2 - 3x - 2$

**p)** $f(x) = 2x^3 - 5x - 6$

**q)** $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - x - 3$

**r)** $f(x) = 3x^3 + 3x^2 + 4x + 6$

**s)** $f(x) = 3x^3 - 2x^2 - 3x - 3$

**t)** $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - x - 2$

**u)** $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x - 5$

**v)** $f(x) = 4x^3 + 4x^2 + 4x + 5$

**w)** $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 5x - 3$

**x)** $f(x) = x^3 + x^2 - 6x - 3$

**y)** $f(x) = 4x^3 + x^2 + 4x - 2$

**z)** $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + 1$

**a)** $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 6x - 4$

**b)** $f(x) = 3x^3 - x^2 - 4x - 1$

**c)** $f(x) = 4x^3 + 6x^2 - x + 6$

**d)** $f(x) = 3x^3 + 5x^2 - 5x - 5$

**e)** $f(x) = 2x^3 + 3x - 4$

**f)** $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x + 3$

**g)** $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 6x - 2$

**h)** $f(x) = 3x^3 + 3x^2 + 5x - 2$

**i)** $f(x) = x^3 + 6x^2 - 5x - 6$

## 2 Pochodna iloczynu i ilorazu

**a)** $f(x) = (x^2+1)(x-3)$

**b)** $f(x) = \frac{x}{x+1}$

**c)** $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$

**d)** $f(x) = x\sqrt{x}$

**e)** $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$

**f)** $f(x) = (2x-1)^3$

## 3 Wyznacz równanie stycznej w punkcie $x_0$

**a)** $f(x) = 2x^2 + 3x - 2,\ x_0 = 3$

**b)** $f(x) = 3x^2 - 5x,\ x_0 = 3$

**c)** $f(x) = 2x^2 + 4x - 1,\ x_0 = -2$

**d)** $f(x) = x^2 - 2x - 2,\ x_0 = 3$

**e)** $f(x) = x^2 - 3x + 5,\ x_0 = 3$

**f)** $f(x) = x^2 - 5x + 2,\ x_0 = -1$

**g)** $f(x) = 3x^2 + 4x + 1,\ x_0 = -1$

**h)** $f(x) = x^2 + 5x - 5,\ x_0 = -1$

**i)** $f(x) = 3x^2 - x + 1,\ x_0 = -2$

**j)** $f(x) = x^2 - 3x,\ x_0 = -3$

**k)** $f(x) = x^2 + x - 3,\ x_0 = -3$

**l)** $f(x) = 2x^2 - 4x,\ x_0 = -3$

**m)** $f(x) = 2x^2 + 4x + 3,\ x_0 = -3$

**n)** $f(x) = 2x^2 - 4x + 1,\ x_0 = -2$

**o)** $f(x) = 3x^2 - 5x - 3,\ x_0 = -2$

**p)** $f(x) = 3x^2 + 3x + 3,\ x_0 = 1$

**q)** $f(x) = 3x^2 - 5x + 4,\ x_0 = -3$

**r)** $f(x) = 3x^2 + 2x + 1,\ x_0 = 1$

**s)** $f(x) = 3x^2 - 2x + 1,\ x_0 = 2$

**t)** $f(x) = 3x^2 - 4x,\ x_0 = 1$

**u)** $f(x) = 3x^2 + x + 5,\ x_0 = 3$

**v)** $f(x) = 3x^2 + 2,\ x_0 = -2$

**w)** $f(x) = 3x^2 - 4x - 5,\ x_0 = -3$

**x)** $f(x) = 3x^2 + x + 1,\ x_0 = 1$

**y)** $f(x) = 3x^2 - 2x - 3,\ x_0 = -2$

**z)** $f(x) = x^2 - 4x - 2,\ x_0 = 0$

**a)** $f(x) = 2x^2 - 5x,\ x_0 = 0$

**b)** $f(x) = 3x^2 + 4,\ x_0 = 1$

**c)** $f(x) = 3x^2 + 3x - 1,\ x_0 = 1$

**d)** $f(x) = x^2 - x,\ x_0 = 2$

**e)** $f(x) = 2x^2 - 2x,\ x_0 = 3$

**f)** $f(x) = 2x^2 - 4x - 3,\ x_0 = -2$

**g)** $f(x) = x^2 + x - 3,\ x_0 = 0$

**h)** $f(x) = 3x^2 - 5x - 1,\ x_0 = -2$

## 4 Wyznacz ekstrema lokalne

**a)** $f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x - 10$

**b)** $f(x) = 2x^3 - 18x^2 + 30x + 10$

**c)** $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 18x - 10$

**d)** $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 8$

**e)** $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 6$

**f)** $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x - 10$

**g)** $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 6$

**h)** $f(x) = 2x^3 - 6x + 6$

**i)** $f(x) = 2x^3 - 27x^2 + 108x + 10$

**j)** $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 18x - 2$

**k)** $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 10$

**l)** $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x - 2$

**m)** $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 8$

**n)** $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6$

**o)** $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 10$

**p)** $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 2$

**q)** $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 2$

**r)** $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 8$

**s)** $f(x) = 2x^3 + 9x^2 + 12x - 2$

**t)** $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 4$

**u)** $f(x) = 2x^3 + 12x^2 + 18x + 6$

**v)** $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4$

**w)** $f(x) = 2x^3 + 15x^2 + 36x - 4$

**x)** $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 2$

**y)** $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 2$

**z)** $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 6$

**a)** $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$

**b)** $f(x) = 2x^3 - 18x^2 + 30x - 4$

# Odpowiedzi — Pochodna funkcji

## Zadanie 1. Oblicz pochodną funkcji

**a)** $f'(x) = 6x^2 - 8x + 3$
**b)** $f'(x) = 3x^2 + 10x - 4$
**c)** $f'(x) = 3x^2 - 2x + 2$
**d)** $f'(x) = 9x^2 + 2x$
**e)** $f'(x) = 12x^2 + 2x - 2$
**f)** $f'(x) = 9x^2 - 4x - 5$
**g)** $f'(x) = 6x^2 + 4$
**h)** $f'(x) = 6x^2 + 6x - 2$
**i)** $f'(x) = 9x^2 - 8x + 5$
**j)** $f'(x) = 6x^2 + 6x + 6$
**k)** $f'(x) = 6x^2 + 3$
**l)** $f'(x) = 3x^2 - 10x - 5$
**m)** $f'(x) = 3x^2 + 4x + 1$
**n)** $f'(x) = 6x^2 - 2x + 1$
**o)** $f'(x) = 3x^2 - 2x - 3$
**p)** $f'(x) = 6x^2 - 5$
**q)** $f'(x) = 6x^2 + 6x - 1$
**r)** $f'(x) = 9x^2 + 6x + 4$
**s)** $f'(x) = 9x^2 - 4x - 3$
**t)** $f'(x) = 6x^2 + 4x - 1$
**u)** $f'(x) = 3x^2 - 4x - 3$
**v)** $f'(x) = 12x^2 + 8x + 4$
**w)** $f'(x) = 6x^2 - 4x - 5$
**x)** $f'(x) = 3x^2 + 2x - 6$
**y)** $f'(x) = 12x^2 + 2x + 4$
**z)** $f'(x) = 3x^2 - 6x + 6$
**a)** $f'(x) = 12x^2 + 4x - 6$
**b)** $f'(x) = 9x^2 - 2x - 4$
**c)** $f'(x) = 12x^2 + 12x - 1$
**d)** $f'(x) = 9x^2 + 10x - 5$
**e)** $f'(x) = 6x^2 + 3$
**f)** $f'(x) = 3x^2 + 4x - 6$
**g)** $f'(x) = 6x^2 - 4x + 6$
**h)** $f'(x) = 9x^2 + 6x + 5$
**i)** $f'(x) = 3x^2 + 12x - 5$

## Zadanie 2. Pochodna iloczynu i ilorazu

**a)** $f'(x) = 3x^2 - 6x + 1$
**b)** $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$
**c)** $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$
**d)** $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$
**e)** $f'(x) = \frac{-5}{(x-2)^2}$
**f)** $f'(x) = 6(2x-1)^2$

## Zadanie 3. Wyznacz równanie stycznej w punkcie $x_0$

**a)** $y = 15x - 20$
**b)** $y = 13x - 27$
**c)** $y = -4x - 9$
**d)** $y = 4x - 11$
**e)** $y = 3x - 4$
**f)** $y = -7x + 1$
**g)** $y = -2x - 2$
**h)** $y = 3x - 6$
**i)** $y = -13x - 11$
**j)** $y = -9x - 9$
**k)** $y = -5x - 12$
**l)** $y = -16x - 18$
**m)** $y = -8x - 15$
**n)** $y = -12x - 7$
**o)** $y = -17x - 15$
**p)** $y = 9x$
**q)** $y = -23x - 23$
**r)** $y = 8x - 2$
**s)** $y = 10x - 11$
**t)** $y = 2x - 3$
**u)** $y = 19x - 22$
**v)** $y = -12x - 10$
**w)** $y = -22x - 32$
**x)** $y = 7x - 2$
**y)** $y = -14x - 15$
**z)** $y = -4x - 2$
**a)** $y = -5x$
**b)** $y = 6x + 1$
**c)** $y = 9x - 4$
**d)** $y = 3x - 4$
**e)** $y = 10x - 18$
**f)** $y = -12x - 11$
**g)** $y = x - 3$
**h)** $y = -17x - 13$

## Zadanie 4. Wyznacz ekstrema lokalne

**a)** max w $x = -3$ $(-37)$, min w $x = -2$ $(-38)$
**b)** max w $x = 1$ $(24)$, min w $x = 5$ $(-40)$
**c)** max w $x = -3$ $(44)$, min w $x = 1$ $(-20)$
**d)** max w $x = -3$ $(35)$, min w $x = 0$ $(8)$
**e)** max w $x = 1$ $(-1)$, min w $x = 2$ $(-2)$
**f)** max w $x = 1$ $(-2)$, min w $x = 3$ $(-10)$
**g)** max w $x = -2$ $(-10)$, min w $x = -1$ $(-11)$
**h)** max w $x = -1$ $(10)$, min w $x = 1$ $(2)$
**i)** max w $x = 3$ $(145)$, min w $x = 6$ $(118)$
**j)** max w $x = -3$ $(52)$, min w $x = 1$ $(-12)$
**k)** max w $x = -1$ $(20)$, min w $x = 3$ $(-44)$
**l)** max w $x = 1$ $(6)$, min w $x = 3$ $(-2)$
**m)** max w $x = -1$ $(18)$, min w $x = 3$ $(-46)$
**n)** max w $x = 0$ $(6)$, min w $x = 1$ $(5)$
**o)** max w $x = -2$ $(-14)$, min w $x = -1$ $(-15)$
**p)** max w $x = -2$ $(18)$, min w $x = 1$ $(-9)$
**q)** max w $x = -2$ $(6)$, min w $x = 0$ $(-2)$
**r)** max w $x = 0$ $(-8)$, min w $x = 3$ $(-35)$
**s)** max w $x = -2$ $(-6)$, min w $x = -1$ $(-7)$
**t)** max w $x = 1$ $(15)$, min w $x = 4$ $(-12)$
**u)** max w $x = -3$ $(6)$, min w $x = -1$ $(-2)$
**v)** max w $x = 0$ $(-4)$, min w $x = 1$ $(-5)$
**w)** max w $x = -3$ $(-31)$, min w $x = -2$ $(-32)$
**x)** max w $x = 1$ $(10)$, min w $x = 3$ $(2)$
**y)** max w $x = -2$ $(10)$, min w $x = 0$ $(2)$
**z)** max w $x = -2$ $(14)$, min w $x = 0$ $(6)$
**a)** max w $x = 0$ $(4)$, min w $x = 1$ $(3)$

**b)** $\max \text{ w } x = 1\,(10),\ \min \text{ w } x = 5\,(-54)$