ALLMATH

LICEUM — ROZSZERZENIE | KLASA III

Szereg geometryczny i ułamki okresowe

Szeregi nieskończone oraz zamiana rozwinięć okresowych.

Dział: **Ciągi** Liczba zadań: **23** Wygenerowano: **14 września 2026** allmath.pl

PRZYPOMNIENIE

Suma szeregu geometrycznego $a_1 + a_1q + a_1q^2 + \ldots$ dla $|q| < 1$: $S = \frac{a_1}{1-q}$. Ułamek okresowy to taki szereg: $0,(7) = \frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \ldots = \frac{7}{9}$.

1 Oblicz sumę szeregu

a) $a_1 = 4,\ q = \frac{1}{2}$

b) $a_1 = 1,\ q = \frac{1}{5}$

c) $a_1 = 12,\ q = \frac{3}{4}$

d) $a_1 = 8,\ q = \frac{1}{5}$

e) $a_1 = 2,\ q = \frac{1}{3}$

f) $a_1 = 11,\ q = \frac{1}{5}$

g) $a_1 = 6,\ q = -\frac{1}{2}$

h) $a_1 = 8,\ q = \frac{1}{3}$

i) $a_1 = 11,\ q = \frac{3}{4}$

2 Zamień ułamek okresowy na zwykły

a) 0,(4)

b) 0,(15)

c) 0,(123)

d) 2,(6)

e) 0,3(2)

f) 1,(36)

g) 0,(09)

h) 0,4(9)

3 Dla jakich x szereg jest zbieżny? Oblicz jego sumę

a) $1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$

b) $1 + 2x + 4x^2 + 8x^3 + \ldots$

c) $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \ldots$

d) $1 - x + x^2 - x^3 + \ldots$

4 Zadania

a) Piłka spada z wysokości 8 m i po każdym odbiciu wznosi się na $\frac{3}{4}$ poprzedniej wysokości. Oblicz całkowitą drogę piłki (do zatrzymania).

b) Bok kwadratu ma długość 4. Środki boków łączymy, otrzymując kolejny kwadrat, i tak dalej w nieskończoność. Oblicz sumę pól wszystkich kwadratów.

Odpowiedzi — Szereg geometryczny i ułamki okresowe

Zadanie 1. Oblicz sumę szeregu

a) $S = 8$ **b)** $S = \frac{5}{4}$ **c)** $S = 48$ **d)** $S = 10$

e) $S = 3$ **f)** $S = \frac{55}{4}$ **g)** $S = 4$ **h)** $S = 12$

i) $S = 44$

Zadanie 2. Zamień ułamek okresowy na zwykły

a) $\frac{4}{9}$ **b)** $\frac{5}{33}$ **c)** $\frac{41}{333}$ **d)** $\frac{8}{3}$

e) $\frac{29}{90}$ **f)** $\frac{15}{11}$ **g)** $\frac{1}{11}$ **h)** $\frac{1}{2}$

Zadanie 3. Dla jakich x szereg jest zbieżny? Oblicz jego sumę

a) $x \in (-1, 1),\ S = \frac{1}{1-x}$ **b)** $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right),\ S = \frac{1}{1-2x}$ **c)** zbieżny dla każdego x, $S = \frac{3x}{2}$

d) $x \in (-1, 1),\ S = \frac{1}{1+x}$

Zadanie 4. Zadania

a) 56 m **b)** 32