ALLMATH

LICEUM — ROZSZERZENIE KLASA II

Tożsamości trygonometryczne — ćwiczenia

Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych.

Dział: **Trygonometria** Liczba zadań: **17** Wygenerowano: **14 września 2026** allmath.pl

PRZYPOMNIENIE

Jedynka trygonometryczna: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$. $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1$. Dowodząc tożsamości, przekształcamy jedną stronę do postaci drugiej.

1 Uprość wyrażenie

a) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha$

b) $(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)$

c) $\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha}$

d) $\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos\alpha$

e) $\frac{1}{\cos^2\alpha}-\operatorname{tg}^2\alpha$

f) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-2\sin\alpha\cos\alpha$

g) $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha$

h) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}+\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$

2 Oblicz wartość wyrażenia, mając daną wartość funkcji (α – kąt ostry)

a) $\sin\alpha=\frac{5}{13}$. Oblicz $\sin\alpha\cos\alpha$

b) $\sin\alpha=\frac{8}{17}$. Oblicz $\sin\alpha\cos\alpha$

c) $\cos\alpha=\frac{15}{17}$. Oblicz $\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

d) $\operatorname{tg}\alpha=\frac{3}{4}$. Oblicz $\sin\alpha+\cos\alpha$

e) $\cos\alpha=\frac{12}{13}$. Oblicz $\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

f) $\cos\alpha=\frac{24}{25}$. Oblicz $\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

3 Wykaż tożsamość (zapisz przekształcenie)

a) $\frac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha}=\sin\alpha$

b) $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$

c) $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=2$

Odpowiedzi — Tożsamości trygonometryczne — ćwiczenia

Zadanie 1. Uprość wyrażenie

a) 2

b) $\cos^2\alpha$

c) $1+\cos\alpha$

d) $\sin\alpha$

e) 1

f) 1

g) $\sin^2\alpha-\cos^2\alpha$

h) $\frac{2}{\sin\alpha}$

Zadanie 2. Oblicz wartość wyrażenia, mając daną wartość funkcji (α – kąt ostry)

a) $\frac{60}{169}$

b) $\frac{120}{289}$

c) $-\frac{161}{289}$

d) $\frac{7}{5}$

e) $-\frac{119}{169}$

f) $-\frac{527}{625}$

Zadanie 3. Wykaż tożsamość (zapisz przekształcenie)

a) z jedynki: licznik = $\sin^2\alpha$

b) sprowadź do wspólnego mianownika, licznik = 1

c) rozwiń kwadraty, wyrazy mieszane się redukują